

Opdracht 15a

Spearman rangcorrelatie coefficient

(non-parametrische tegenhanger van de Pearson correlatie coefficient)

Wilcoxon symmetrie-toets

(non-parametrische tegenhanger van de t-procedure voor gekoppelde paren)

Mann-Whitney U-toets

(tegenhanger van de t-procedure voor onafhankelijke steekproeven)

Bij een onderzoek naar de leesvaardigheid bij kinderen in de V.S. werden twee nieuwe onderwijsmethoden onderzocht. Leerlingen werden gerandomiseerd toegewezen aan een methode. De twee onderwijsmethoden worden genoemd Directed Reading as Thinking Activity (groep 1) en Strategies (groep 2). Alle leerlingen kregen een aantal toetsen voor de lessen en een aantal toetsen na de lessen. We vergelijken de scores van een toets voor de lessen (pre) met de scores van een toets na de lessen (post). (Bron: onderzoek verricht door Jim Baumann en Leah Jones van de School of Education van Purdue University.)

Groep	Pre	Post	Groep	Pre	Post
1	7	7	2	11	11
1	7	5	2	7	4
1	12	13	2	4	4
1	10	5	2	7	4
1	16	14	2	7	3
1	15	14	2	6	8
1	9	10	2	11	12
1	8	13	2	14	14
1	13	12	2	13	12
1	12	11	2	9	7
1	7	8	2	12	5
1	6	7	2	13	9
1	8	10	2	4	1
1	9	8	2	13	13
1	9	8	2	6	7
1	8	10	2	12	5
1	9	12	2	6	7
1	13	10	2	11	11
1	10	11	2	14	15
1	8	7	2	8	9
1	8	8	2	5	6
1	10	12	2	8	4

- Wanneer kan men in plaats van de Pearson correlatie coefficient beter de Spearman rangcorrelatie coefficient berekenen?
- Formuleer  $H_0$  en  $H_a$ . Geef de correlatiecoefficient  $r$  tussen de pre-scores en de post-scores, de  $t$ -waarde en de  $P$ -waarde. Is er sprake van correlatie?
- De Wilcoxon symmetrie-toets mag gebruikt worden als beide groepen een symmetrische verdeling hebben. Teken een histogram voor de pre-scores en teken een histogram voor de post-scores. Mogen we de Wilcoxon symmetrie-toets toepassen?
- Zijn de pre-scores en de post-scores significant verschillend? Gebruik de Wilcoxon symmetrie-toets. Formuleer de geschikte  $H_0$  en  $H_a$ . Maak hierbij geen onderscheid tussen groep 1 en groep 2.

- e. De Mann-Whitney U-toets mag gebruikt worden als de verdelingen van beide groepen dezelfde vorm hebben. Teken een histogram voor de post-scores van groep 1 en teken een histogram voor de post-scores van groep 2. Mogen we de Mann-Whitney U-toets toepassen?
- f. Is er een significant verschil tussen de post-scores van groep 1 en de post-scores van groep 2? Formuleer de geschikte  $H_0$  en  $H_a$ .

Opdracht 15a - S-PLUS

-----

Voer de gegevens in in een tabel.

- a. Toepassing van de Spearman rangcorrelatie is met name de aangewezen weg als de betrokken variabelen een ordinale schaal hebben.
- b. De bovenste toolbar is de Standard Toolbar. Klik in deze toolbar op het icoontje dat precies onder Help van de menubalk zit. Als je de cursor op dit icoontje plaatst, moet als bijschrift verschijnen: Commands Window. Na op dit icoontje te hebben geklikt verschijnt een window met de naam Commands. In dit window knippert achter de prompt (weergegeven door '>') de cursor (weergegeven door een verticaal streepje). Achter die cursor kunnen commando's ingetypt worden die uitgevoerd worden nadat je op Enter (of Return) hebt gedrukt.

Stel dat de naam van de tabel die we gebruiken 'data' heet, dan wordt het commando nu:

```
cor.test(data$PRE,data$POST,alternative="two.sided",method="spearman")
```

In het Report-Venster vinden we onder rho de correlatiecoëfficiënt en achter p-value de p-waarde.

De correlatiecoëfficiënt  $r$  is gelijk aan 0.7143982, en  $n$  is gelijk aan  $22 + 22 = 44$ . Met behulp van deze gegevens wordt de toetsingsgrootheid  $t$  als volgt berekend:

$$t = \frac{r * \text{SQRT}(n-2)}{\text{SQRT}(1-\text{SQR}(r))} = \frac{0.714 * \text{SQRT}(44-2)}{\text{SQRT}(1-\text{SQR}(0.714))} = 6.609$$

De P-waarde is gelijk aan 0.

- c. Kies >Data >Change Data Type. Selecteer onder From en achter Columns de variabelen 'pre' en 'post'. Klik daartoe eerst op de variabele 'pre', houd vervolgens de Ctrl-toets ingedrukt en klik op de variabele 'post'. Selecteer hierna onder Type en achter New Type het type integer. Klik op >OK.  
  
Kies >Graph >2D Plot. Kies onder Axes Type voor Linear, en onder Plot Type voor Histogram(x). Klik op >OK. Selecteer onder Data Columns en achter x Columns de variabele 'PRE'. Klik op >OK.  
  
Kies >Graph >2D Plot. Kies onder Axes Type voor Linear, en onder Plot Type voor Histogram(x). Klik op >OK. Selecteer onder Data Columns en achter x Columns de variabele 'POST'. Klik op >OK.
- d. Kies >Statistics >Compare Samples >Two Samples >Wilcoxon Rank Test. Selecteer onder Data en achter Variable 1 de variabele 'pre' en achter Variable 2 de variabele 'post'. Kies onder Test en achter Type of Rank

Test voor >Signed Rank. Onder Hypothesis en bij Mean Under Null Hypothesis moet de waarde 0 zijn ingevuld en bij Alternative Hypothesis moet gekozen zijn voor two.sided. Zet onder Options de opties Use Exact Distribution en Continuity Correction uit. Onder Results moet Print Results aan staan. Klik op >OK.

In het Report-Venster worden de resultaten gegeven. We vinden dat  $z = 1.2631$  en dat de p-waarde = 0.2066.

- e. Kies >Data >Split. Kies onder Splitting Variable en achter Group Column de variabele 'groep'. Onder Results moet gekozen zijn voor >Separate, en geef achter Save In 'data' als naam. Klik op OK.

Kies >Graph >2D Plot. Kies onder Axes Type voor Linear, en onder Plot Type voor Histogram (x). Klik op >OK. Selecteer onder Data Columns en achter Data set de tabel 'data.1', en achter x Columns de variabele 'post'. Klik op >OK.

Kies >Graph >2D Plot. Kies onder Axes Type voor Linear, en onder Plot Type voor Histogram (x). Klik op >OK. Selecteer onder Data Columns en achter Data set de tabel 'data.2', en achter x Columns de variabele 'post'. Klik op >OK.

- f. Kies >Statistics >Compare Samples >Two Samples >Wilcoxon Rank Test. Selecteer onder Data en achter Data Set de oorspronkelijke tabel, achter Variable 1 de variabele 'post' en achter Variabele 2 de variabele 'groep'. Zet Variable 2 is a Grouping Variable aan. Onder Hypothesis en bij Mean Under Null Hypothesis moet de waarde 0 zijn ingevuld en bij Alternative Hypothesis moet gekozen zijn voor two.sided. Zet onder Options de opties Use Exact Distribution en Continuity Correction uit. Onder Results moet Print Results aan staan. Klik op >OK.

In het Report-Venster worden de resultaten gegeven. We vinden dat  $z = 1.8625$  en dat de p-waarde = 0.0625.

#### Opdracht 15a - SPSS

-----  
Voer de gegevens in in een tabel.

- a. Toepassing van de Spearman rangcorrelatie is met name de aangewezen weg als de betrokken variabelen een ordinale schaal hebben.
- b. Kies >Statistics >Correlate >Bivariate. Je komt dan in het window 'Bivariate Correlations'. Breng 'pre' en 'post' naar rechts onder 'Variables'. Zet onder Correlation Coefficients Pearson uit en Spearman aan. Onder Test of Significance moet gekozen zijn voor Two-tailed. Klik op >OK.

In het output-window vinden we nu de tabel 'Correlations'. In rij 'PRE' en kolom 'POST' (en ook in rij 'POST' en kolom 'PRE') vinden we achter de subrij 'Correlation Coefficient' de correlatiecoëfficiënt  $r$ , achter de subrij 'Sig. (2-tailed)' de P-waarde, en achter de subrij 'N' de som van het aantal pre-scores en het aantal post-scores.

De correlatiecoëfficiënt  $r$  is gelijk aan 0.714, en  $n$  is gelijk aan  $22 + 22 = 44$ . Met behulp van deze gegevens wordt de toetsingsgrootte  $t$  als volgt berekend:

$$r * \text{SQRT}(n-2) \quad 0.714 * \text{SQRT}(44-2)$$

$$t = \frac{\text{SQRT}(1-\text{SQR}(r))}{\text{SQRT}(1-\text{SQR}(0.714))} = 6.609$$

De P-waarde is gelijk aan 0.000.

- c. Kies >Statistics >Summarize >Explore. Plaats zowel 'pre' als 'post' in Dependent List. Kies onder Display voor Plots. Klik op >Plots. Kies onder Boxplots voor None. Zet onder Descriptive Stem and Leaf uit en Histogram aan. Klik op >Continue. Klik op >OK. In het output-window krijgen we achtereenvolgens een tabel, een histogram voor de pre-scores en een histogram voor de post-scores.
- d. Kies >Statistics >Nonparametric Tests >2 Related Samples. Zorg dat onder Test Type Wilcoxon aanstaat. Selecteer gelijktijdig 'pre' en 'post' en plaats ze in het kader Test Pair(s) List. Klik vervolgens op >OK.

In het output-window verschijnen twee tabellen. De eerste tabel heet 'Ranks'. Bij deze toets wordt eerst voor elke case het verschil bepaald tussen 'pre' en 'post'. Vervolgens wordt alleen naar die verschillscores gekeken die ongelijk zijn aan 0. Van deze verschillscores worden de absolute waarden genomen. De verschillscores worden geordend in opklimmende volgorde en aan de verschillscores worden rangnummers toegekend. Bij gelijke scores wordt een gemiddeld rangnummer toegekend.

Vervolgens worden de rangnummers verdeeld in twee groepen. De eerste

groep bevat de rangnummers die corresponderen met cases waarbij de post-scores kleiner zijn dan pre-scores (in de tabel de subrij 'Negative Ranks', POST < PRE). De tweede groep bevat de rangnummers die corresponderen met cases waarbij de post-scores groter zijn dan de pre-scores (in de tabel de subrij 'Positive Ranks', POST > PRE).

Per groep worden nu de rangnummers opgeteld. De som voor elke groep (in de kolom 'Sum of Ranks') wordt gedeeld door het aantal cases behorende tot die groep (de kolom 'N') zodat we het gemiddelde rangnummer krijgen (de kolom 'Mean Rank').

Wanneer de 'Sum of Ranks' voor de 'Positive Ranks' lager is dan de 'Sum of Ranks' voor de 'Negative Ranks', wordt de Z-waarde afgeleid uit de 'Sum of Ranks' voor de 'Positive Ranks'. Wanneer de 'Sum of Ranks' voor de 'Negative Ranks' lager is dan de 'Sum of Ranks' voor de 'Positive Ranks', wordt de Z-waarde afgeleid uit de 'Sum of Ranks' voor de 'Negative Ranks'.

De tweede tabel heet 'Test Statistics'. De rij 'Z' bevat de toetsingsgrootte (-1.478) en de rij 'Asymp. Sig. (2-tailed)' bevat de tweezijdige P-waarde (0.139).

- e. Kies >Statistics >Summarize >Explore. Klik op >Reset. Plaats 'post' in Dependent List en 'groep' in Factor List. Kies onder Display voor Plots. Klik op >Plots. Kies onder Boxplots voor None. Zet onder Descriptive Stem and Leaf uit en Histogram aan. Klik op >Continue. Klik op >OK. In het output-window krijgen we achtereenvolgens een tabel, een histogram voor de post-scores van groep 1 en een histogram voor de post-scores van groep 2.
- f. Kies >Statistics >Nonparametric Tests >2 Independent Samples. Zorg dat onder Test Type Mann-Whitney U aanstaat. Plaats 'post' in het kader Test Variable List en 'groep' in het kader Grouping Variable. Klik op >Define Groups. Geef 1 bij Group 1 en 2 bij Group 2. Klik op >Continue en vervolgens op >OK.

In het output-window verschijnen twee tabellen. De eerste tabel heet 'Ranks'. Bij deze toets worden de scores van beide groepen samengenomen en vervolgens in opklimmende volgorde geordend. Daarna worden aan de scores rangnummers toegekend. Bij gelijke scores wordt een gemiddeld rangnummer toegekend.

Per groep worden nu de rangnummers opgeteld. De som voor elke groep (in de kolom 'Sum of Ranks') wordt gedeeld door het aantal cases behorende tot die groep (de kolom 'N') zodat we het gemiddelde rangnummer krijgen (de kolom 'Mean Rank').

De Z-waarde wordt afgeleid uit de 'Sum of Ranks' voor groep 1 en de 'Sum of Ranks' uit groep 2.

De tweede tabel heet 'Test Statistics'. De rij 'Z' bevat de toetsingsgrootte (-1.874) en de rij 'Asymp. Sig. (2-tailed)' bevat de tweezijdige P-waarde (0.061).

#### Opdracht 15a - verslag

Bij een onderzoek naar de leesvaardigheid bij kinderen in de V.S. werden twee nieuwe onderwijsmethoden onderzocht. Leerlingen werden gerandomiseerd toegewezen aan een methode. De twee onderwijsmethoden worden genoemd Directed Reading as Thinking Activity (groep 1) en Strategies (groep 2). Alle leerlingen kregen een aantal toetsen voor de lessen en een aantal toetsen na de lessen. We vergelijken de scores van een toets voor de lessen (pre) met de scores van een toets na de lessen (post). (Bron: onderzoek verricht door Jim Baumann en Leah Jones van de School of Education van Purdue University.)

- a. Wanneer kan men in plaats van de Pearson correlatie coefficient beter de Spearman rangcorrelatie coefficient berekenen?

Toepassing van de Spearman rangcorrelatie is met name de aangewezen weg als de betrokken variabelen een ordinale schaal hebben.

- b. Formuleer  $H_0$  en  $H_a$ . Geef de correlatiecoefficient  $r$  tussen de pre-scores en de post-scores, de  $t$ -waarde en de P-waarde. Is er sprake van correlatie?

$H_0$ :  $\rho = 0$  (er is geen correlatie)

$H_a$ :  $\rho \neq 0$  (er is wel correlatie)

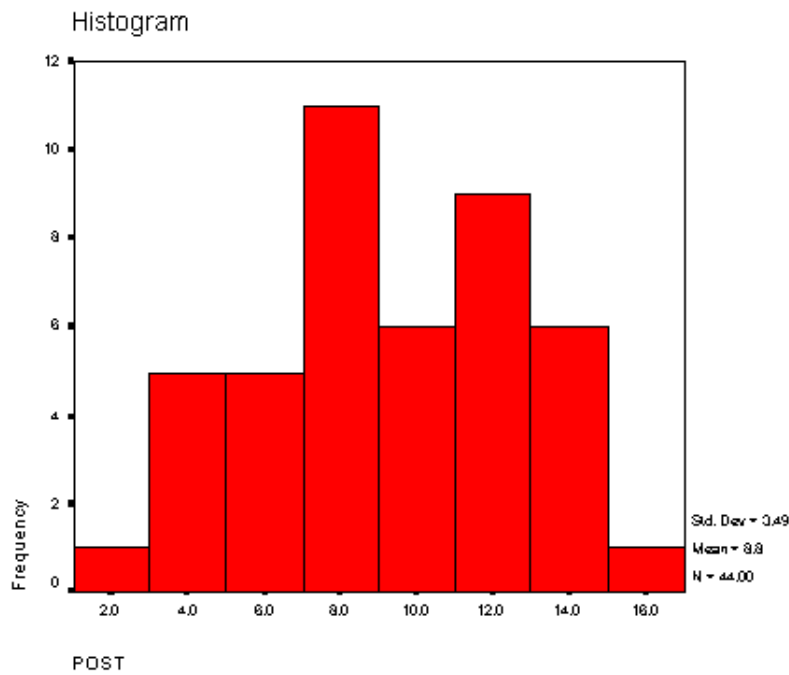
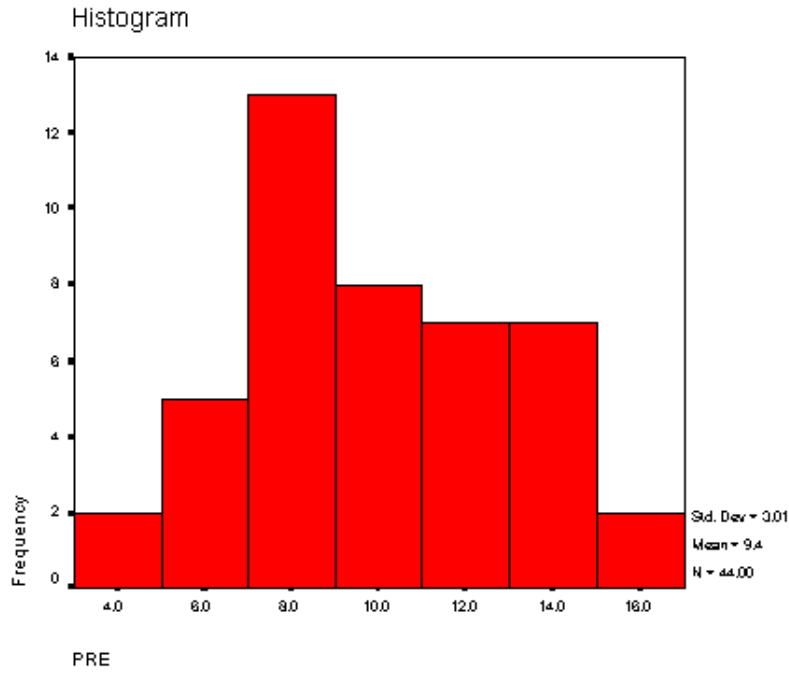
$r = 0.714$

$$t = \frac{r * \text{SQRT}(n-2)}{\text{SQRT}(1-\text{SQR}(r))} = \frac{0.714 * \text{SQRT}(44-2)}{\text{SQRT}(1-\text{SQR}(0.714))} = 6.609$$

$P = 0.000$ .

De kans, berekend onder de aanname dat  $H_0$  waar is, dat de de toetsingsgrootte  $t$  een waarde zou aannemen die even extreem is als of nog extremer is dan 6.609 is gelijk aan 0.000. Hoe kleiner de P-waarde, hoe sterker het door de data tegen  $H_0$  geleverde bewijs. De P-waarde is kleiner dan  $\alpha$ , want  $0.000 < 0.05$ , dus wordt  $H_0$  verworpen. Er is sprake van correlatie.

c. De Wilcoxon symmetrie-toets mag gebruikt worden als beide groepen een symmetrische verdeling hebben. Teken een histogram voor de pre-scores en teken een histogram voor de post-scores. Mogen we de Wilcoxon symmetrie-toets toepassen?



De verdelingen van beide groepen zijn ruwweg symmetrisch. We mogen de Wilcoxon symmetrie-toets dus toepassen.

- d. Zijn de pre-scores en de post-scores significant verschillend? Gebruik de Wilcoxon symmetrie-toets. Formuleer de geschikte  $H_0$  en  $H_a$ . Maak hierbij geen onderscheid tussen groep 1 en groep 2.

$H_0$ :  $\eta = 0$  (de mediaan van de verschillen is gelijk aan 0)

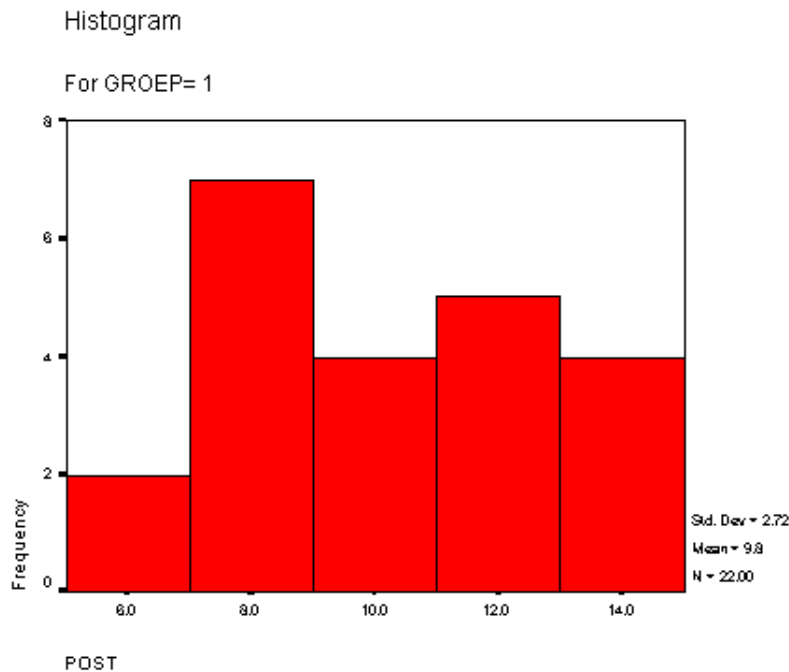
$H_a$ :  $\eta \neq 0$  (de mediaan van de verschillen is ongelijk aan 0)

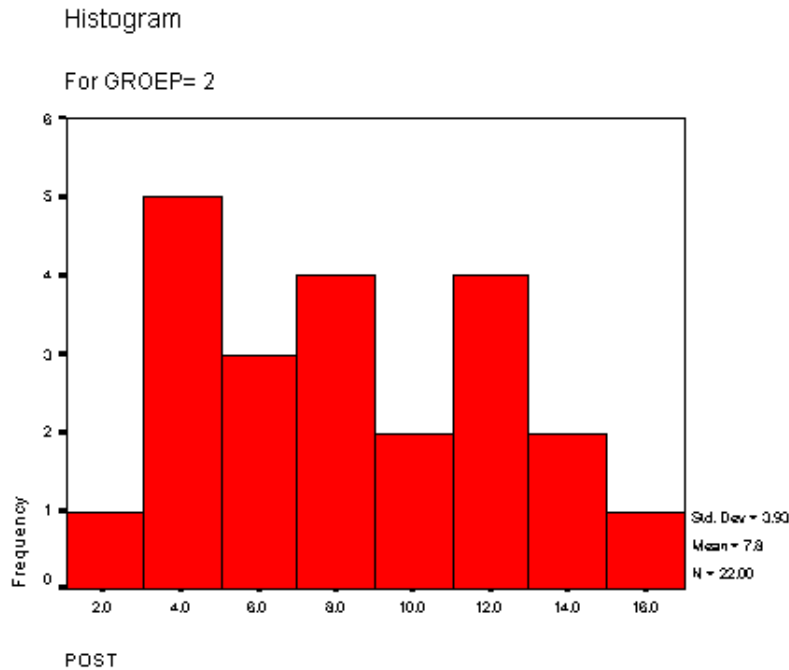
$Z = -1.478$

$P = 0.139$

De kans, berekend onder de aanname dat  $H_0$  waar is, dat de de toetsingsgrootte  $Z$  een waarde zou aannemen die even extreem is als of nog extremer is dan  $-1.478$  is gelijk aan  $0.139$ . Hoe kleiner de  $P$ -waarde, hoe sterker het door de data tegen  $H_0$  geleverde bewijs. De  $P$ -waarde is groter dan  $\alpha$ , want  $0.139 > 0.05$ , dus wordt  $H_0$  aangenomen. De populatie met de pre-scores is gelijk aan de populatie met de post-scores.

- e. De Mann-Whitney  $U$ -toets mag gebruikt worden als de verdelingen van beide groepen dezelfde vorm hebben. Teken een histogram voor de post-scores van groep 1 en teken een histogram voor de post-scores van groep 2. Mogen we de Mann-Whitney  $U$ -toets toepassen?





De vormen van de verdelingen van beide groepen zijn ruwweg gelijk. We mogen de Mann-Whitney U-toets dus toepassen.

- f. Is er een significant verschil tussen de post-scores van groep 1 en de post-scores van groep 2? Formuleer de geschikte  $H_0$  en  $H_a$ .

$H_0$ :  $\eta_1 = \eta_2$  (de populaties zijn gelijk)

$H_a$ :  $\eta_1 \neq \eta_2$  (de populaties zijn verschillend)

$Z = -1.874$

$P = 0.061$

De kans, berekend onder de aanname dat  $H_0$  waar is, dat de de toetsingsgrootheid  $Z$  een waarde zou aannemen die even extreem is als of nog extremer is dan  $-1.874$  is gelijk aan  $0.061$ . Hoe kleiner de  $P$ -waarde, hoe sterker het door de data tegen  $H_0$  geleverde bewijs. De  $P$ -waarde is groter dan  $\alpha$ , want  $0.061 > 0.05$ , dus wordt  $H_0$  aangenomen. De populatie met de post-scores van groep 1 is gelijk aan de populatie met de post-scores van groep 2.