

Opdracht 9a

t-procedures voor een enkelvoudige steekproef

Voor de meting van de leesvaardigheid van kinderen wordt als toets de Degree of Reading Power (DRP) gebruikt. In een onderzoek onder achtjarigen werd de leesvaardigheidstoets aan 44 leerlingen gegeven. Hun scores staan hieronder vermeld. (Bron: Maribeth Cassidy Schmitt, 'The effects of an elaborated directed reading activity on the metacomprehension skills of third graders', proefschrift, Purdue University 1987.)

40	26	39	14	42	18	25	43	46	27	19
47	19	26	35	34	15	44	40	38	31	46
52	25	35	35	33	29	34	41	49	28	52
47	35	48	22	33	41	51	27	14	54	45

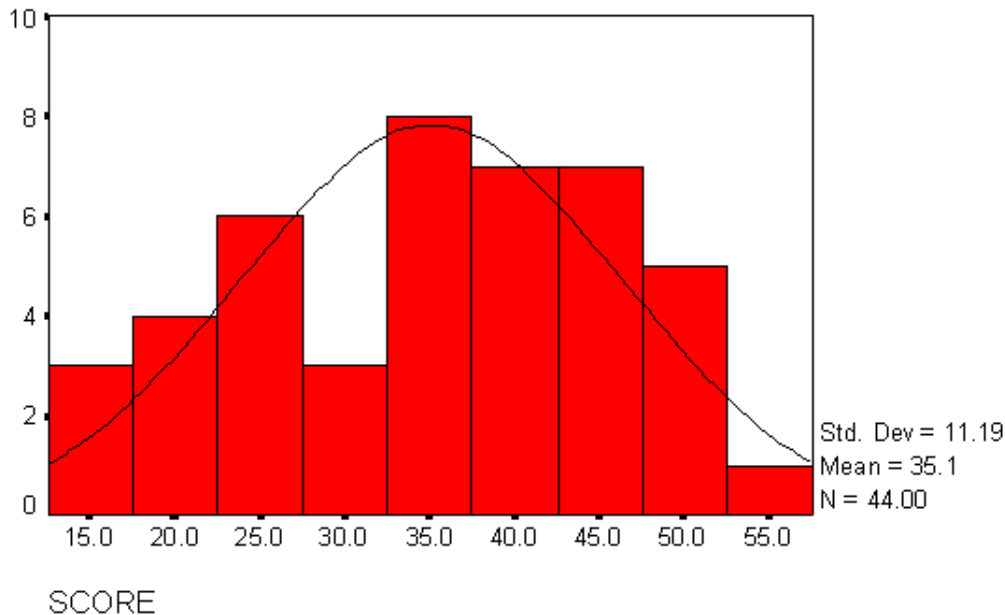
Hierbij is het steekproefgemiddelde  $\bar{x}$  gemiddeld=35.0909 en de steekproefstandaardafwijking  $s=11.1893$ .

- a. Teken een histogram voor de scores en combineer deze met een normaalcurve.
- b. Bepaal het 99%-betrouwbaarheidsinterval.
- c. Stel dat het gemiddelde van de populatie van alle achtjarigen gelijk is aan 30.00. Is het resultaat van de steekproef dan significant verschillend? Formuleer de geschikte  $H_0$  en  $H_a$ .

Opdracht 9a - berekening

Beschouw hierbij het kader op bladzijde 414.

a.



- b. Bepaal  $t^*$ . We hebben  $n-1 = 44-1 = 43$  vrijheidsgraden. Tabel E heeft geen element voor 43 vrijheidsgraden. We gebruiken daarom het element voor het meest nabijgelegen kleinste aantal vrijheidsgraden, dus 40. Bij 99% vinden we  $t^* = 2.704$ . Het betrouwbaarheidsinterval is:

$$\begin{aligned}
 x_{\text{gemiddeld}} \pm t_{\text{ster}} & * \frac{s}{\sqrt{n}} = \\
 35.0909 \quad \pm 2.704 & * \frac{11.1893}{\sqrt{44}} = \\
 35.0909 \quad \pm 4.56124 & = \\
 (30.5297, 39.6521) &
 \end{aligned}$$

- c.  $H_0$ :  $\mu = 30.00$   
 $H_a$ :  $\mu > 30.00$

De  $t$ -grootte is

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{x_{\text{gemiddeld}} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} \\
 &= \frac{35.0909 - 30.00}{11.1893 / \sqrt{44}} \\
 &= 3.01799
 \end{aligned}$$

Als  $H_a$ :  $\mu > \mu_0$ , dan de  $P$ -waarde is  $2P(T \geq |t|)$ . In tabel E is gegeven  $P(T \geq t)$ . Voor  $P(T \geq 3.01799)$  en 40 vrijheidsgraden zien we dat  $t$  ligt tussen 2.971 en 3.307, en  $p$  ligt tussen 0.0025 en 0.001. Er geldt  $2P(T \geq |3.01799|) = 2(0.001 < p < 0.0025) = 0.002 < p < 0.005$ .

#### Opdracht 9a - S-PLUS

Voer de gegevens in in een tabel. Noem de kolom 'score'.

- a. De bovenste toolbar is de Standard Toolbar. Klik in deze toolbar op het icoontje dat precies onder Help van de menubalk zit. Als je de cursor op dit icoontje plaatst, moet als bijschrift verschijnen: Commands Window. Na op dit icoontje te hebben geklikt verschijnt een window met de naam Commands. In dit window knippert achter de prompt (weergegeven door '>') de cursor (weergegeven door een verticaal streepje). Achter die cursor kunnen commando's ingetypt worden die uitgevoerd worden nadat je op Enter (of Return) hebt gedrukt.

We maken eerst het histogram. Binnen het commando 'hist' voor het tekenen van het histogram moeten we met het commando 'ylim' het bereik van de  $y$ -as opgeven. Deze begin altijd bij 0, en moet eindigen bij een waarde die iets hoger is dan de relatieve frequentie van de langste staaf. Omdat je vooraf niet weet hoe breed S-PLUS de staven neemt, weet je vooraf ook niet wat de relatieve frequentie van de langste staaf zal zijn. Je komt hier achter door met een waarde te beginnen, het resultaat te bekijken,

en dan eventueel deze waarde te verlagen of te verhogen. In ons geval is 0.05 een geschikte waarde.

Verder geven we binnen het commando 'hist' met 'probability=TRUE' aan dat S-PLUS een histogram op basis van de relatieve frequenties moet tekenen. Stel dat de naam van de tabel die we gebruiken 'data' heet, dan wordt het commando nu:

```
hist(data$SCORE,ylim=c(0,0.05),probability=TRUE)
```

Voor het tekenen van een normaalcurve in het histogram moeten we x-waarden en y-waarden definiëren. De x-waarden in het histogram lopen van het minimum (10) tot het maximum (55). Als stapgrootte kunnen we daarbij 0.5 kiezen. Voor de definitie van de x-waarden geven we het volgende commando:

```
x <- seq(10,55,by=0.5)
```

Op basis van deze x-waarden definiëren we de y-waarden. Voor de definitie van de y-waarden geven we het volgende commando:

```
y <- dnorm(x,mean(data$SCORE),stdev(data$SCORE))
```

Op basis van de x- en y-waarden wordt de normaalcurve nu getekend door het volgende commando te geven:

```
lines(x,y)
```

- b. Kies >Statistics >Compare Samples >One Sample >t Test. Kies onder Data en achter Variable de variabele 'score'. Onder Hypothesis en onder Alternative Hypothesis moet 'two.sided' gekozen zijn. Geef onder Confidence Interval en achter Confidence Level de waarde 0.99. Onder Results moet >Print Results aan staan. Klik op >OK.

In het Report-Venster vind je de resultaten. Onder '99 percent confidence interval' wordt het interval gegeven: (30.54467,39.63715).

- c. Kies >Statistics >Compare Samples >One Sample >t Test. Kies onder Data en achter Variable de variabele 'score'. Onder Hypotheses en onder Mean Under Null Hypothesis moet de waarde 30 zijn gekozen, en onder Alternative Hypothesis moet 'two.sided' gekozen zijn. Onder Results moet >Print Results aan staan. Klik op >OK .

In het Report-Venster vind je de resultaten. Daarin lezen we onder andere dat  $t = 3.018$  en  $p\text{-value} = 0.0043$ .

#### Opdracht 9a - SPSS

-----

Voer de gegevens in in een tabel. Noem de kolom 'score'.

- a. Kies >Graphs >Histogram. In het window 'Histogram' verplaats je 'score' naar het veld bij >Variable door op > (pijl naar rechts) te klikken. Zet 'display normal curve' aan. Klik daarna op >OK. In het output-window verschijnt het histogram.
- b. Kies vervolgens >Statistics >Compare Means >One-Sample T Test. Plaats 'score' in 'Test Variable(s)'. 'Test Value' moet de waarde 0 hebben. Klik op >Options. Kies als Confidence Interval 99%. Klik op >Continue. Klik vervolgens op >OK. In het output-window vind je de resultaten.

De tabel 'One-Sample Statistics' is de eerste tabel. In deze tabel vinden we onder Mean het gemiddelde (35.0909) en onder Std. Deviation de standaarddeviatie (11.1893). De tabel 'One-Sample Test' is de tweede tabel. In deze tabel vind je onder '99% Confidence Interval of the Difference' 'Lower' en 'Upper'. Deze geven respectievelijk de onder- en de bovengrens van het betrouwbaarheidsinterval aan (30.5447,39.6372).

- c. Kies >Statistics >Compare Means >One-Sample T Test. Klik op >Reset. Plaats 'score' in 'Test Variable(s)'. Geef bij 'Test Value' de waarde 30.00. Klik op >Options. Kies als Confidence Interval 99%. Klik op >Continue. Klik vervolgens op >OK. In het output-window vind je de resultaten.

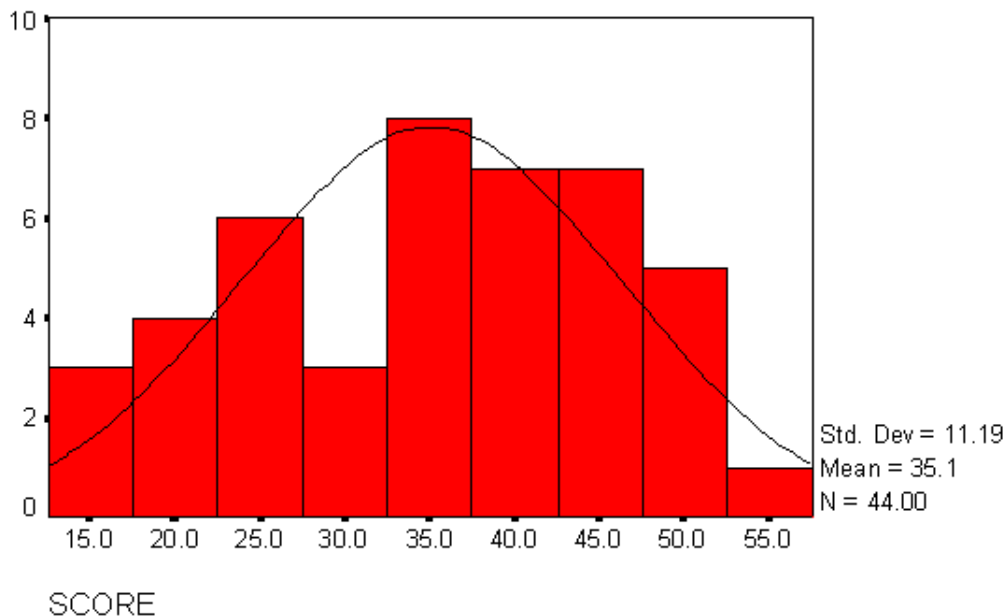
De tabel 'One-Sample Test' is de tweede tabel. In deze tabel vind je onder 't' de t-grootheid. Deze is gelijk aan 3.018. Onder 'Sig. (2-tailed)' vinden we de tweezijdige P-waarde van 0.004.

#### Opdracht 9a - verslag

-----

Voor de meting van de leesvaardigheid van kinderen wordt als toets de Degree of Reading Power (DRP) gebruikt. In een onderzoek onder achtjarigen werd de leesvaardigheidstoets aan 44 leerlingen gegeven.

- a. Teken een histogram voor de scores en combineer deze met een normaalcurve.



Als de omvang van de steekproef groter is dan 40, mag de t-toets gebruikt worden, zelfs voor duidelijk scheve verdelingen. We mogen de t-toets hier dus gebruiken.

- b. Bepaal het 99%-betrouwbaarheidsinterval.

Het betrouwbaarheidsinterval is (30.5447,39.6372). We hebben er 99% ver-

trouwen in dat de werkelijke gemiddelde score ligt tussen 30.5447 en 39.6372.

- c. Stel dat het gemiddelde van de populatie van alle achtjarigen gelijk is aan 30.00. Is het resultaat van de steekproef dan significant verschillend? Formuleer de geschikte  $H_0$  en  $H_a$ .

$H_0$ :  $\mu = 30.00$

$H_a$ :  $\mu <> 30.00$

De t-waarde is gelijk aan 3.018 en de bijbehorende tweezijdige P-waarde is gelijk aan 0.004. We willen ook inderdaad tweezijdig toetsen. De kans, berekend onder de aanname dat  $H_0$  waar is, dat de toetsingsgrootheid t een waarde zou aannemen die even extreem is als of nog extremer is dan 3.018, is gelijk aan 0.004. Hoe kleiner de P-waarde, hoe sterker het door de data tegen  $H_0$  geleverde bewijs. De P-waarde is kleiner dan  $\alpha$ , want  $0.004 < 0.05$ , dus wordt  $H_0$  verworpen. Het resultaat van de steekproef is niet gelijk aan 30.00.